2026年度

「数　学」

試験時間　100 分

配点　　　150 点

【過去問題に関する追記】
「答え」のみ記入する解答と、「途中式・考え方」を記入する解答がある。

【1】 以下の各問いで，空欄にあてはまる数を答えよ．

(1) $x-y=1+\sqrt{3}$，$y-z=1-\sqrt{3}$ のとき，$z-x=$ $\boxed{\text{ア}}$ であり

$$x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=\boxed{\text{イ}}$$

である．

(2) a を正の定数とするとき，放物線

$$y=ax^2-4ax+6a-3$$

が，異なる 2 点 A，B で x 軸と交わり，かつ 2 点 A，B の x 座標がともに正であるための必要十分条件は

$$\boxed{\text{ウ}}<a<\boxed{\text{エ}}$$

であり，このとき，線分 AB の長さの 2 乗は

$$\mathrm{AB}^2=\frac{\boxed{\text{オ}}}{a}-\boxed{\text{カ}}$$

と表される．

(3) $\cos 15^\circ=$ $\boxed{\text{キ}}$ である．

また，$\tan\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき $\sin 4\theta=$ $\boxed{\text{ク}}$ である．

(4) 式 $\log_3 2x+\log_3 y=2\log_9(4x+y-1)$ ……①

について考える．各対数の真数が正である条件を満たす $(x,\ y)$ を座標平面上に表すと，第 1 象限において

直線 $y=\boxed{\text{ケ}}\,x+\boxed{\text{コ}}$

より上側の部分（ただし，境界を除く）である．

x，y が整数であるとき，①を満たす x，y の値は

$$x=\boxed{\text{サ}},\quad y=\boxed{\text{シ}}$$

である．

(5)　X，Y の 2 人が繰り返しじゃんけんをして，階段を次のルールで上ることにする．

$\boxed{\text{ルール}}$　始め 2 人とも 0 段目にいるとする．じゃんけんをするごとに，勝った人は 2 段上り，負けた人はその位置に留まる．あいこのときは，2 人とも 1 段上る．少なくとも 1 人が 4 段目以上に到達したところでじゃんけんを終了する．

2 回目のじゃんけんの結果，2 人とも 2 段目にいる確率は $\boxed{\text{ス}}$ である．また 3 回目のじゃんけんが行われ，その結果，X だけが 4 段目以上に到達する確率は $\boxed{\text{セ}}$ である．

【2】 四面体 OABC において

$$\mathrm{OA}=\sqrt{2},\ \mathrm{OB}=2\sqrt{2},\ \mathrm{AC}=3$$

である．また，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とすると，これらの内積について

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=-2,\ \vec{b}\cdot\vec{c}=4,\ \vec{c}\cdot\vec{a}=-\frac{3}{2}$$

が成り立つ．このとき，以下の各問いに答えよ．

(1) $|\vec{b}-\vec{a}|$ を求めよ．

(2) $\triangle\mathrm{OAB}$ の面積を求めよ．

(3) 辺 BC の中点を M とするとき，$|\overrightarrow{\mathrm{OM}}|$ を求めよ．

以下の設問については，答えを導いた過程がわかるように，途中式と考え方も記入せよ．

(4) 頂点 A から平面 OBC に対して引いた垂線と，平面 OBC との交点を H とする．直線 OH と直線 BC の交点を N とする．$\overrightarrow{\mathrm{ON}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ の式で表せ．

(5) $0<p<1$ を満たす変数 p に対して，辺 OA を $p:(1-p)$ に内分する点を P とする．また，辺 OB を $2:1$ に内分する点を D として，線分 AD と BP の交点を Q とする．$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=p(3-2p)\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおくとき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ の最大値を求めよ．

【3】　以下の各問いに答えよ．

(1)　複素数 $z=\left\{\dfrac{(\sqrt{3}+i)(1-i)}{2\sqrt{2}}\right\}^{12}$ を計算せよ．ただし，i は虚数単位である．

(2)　楕円 $x^2+2y^2=2$ において，点 $\left(1,\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ における接線の方程式を求めよ．

(3)　曲線 $y=\log(1-x^2)$ $\left(0\leqq x\leqq\dfrac{1}{2}\right)$ の長さを求めよ．

以下の設問については，答えを導いた過程がわかるように，途中式と考え方も記入せよ．

(4)　媒介変数 θ を用いて

$$\begin{cases} x=\sqrt{3}(1+\cos\theta)\sin\theta \\ y=\sqrt{3}(1+\cos\theta)\cos\theta \end{cases} \quad (0\leqq\theta\leqq\pi)$$

で表される曲線を C とするとき，以下の各問いに答えよ．

①　C 上の点で y の最小値，およびそのときの x の値を求めよ．

②　C と y 軸で囲われる部分を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ．

【4】 以下の各問いに答えよ.

(1) 直線 $4x+2y-15=0$ に関して円 $C: x^2+y^2-6x-8y+15=0$ と対称な円を C' とすると, C と C' は 2 点で交わる.

① 2 円 C, C' の共通接線の傾きを求めよ.

② 2 円 C, C' の中心間の距離を求めよ.

③ 2 円 C, C' の 2 交点と原点 O を通る円の方程式を求めよ.

以下の設問については, 答えを導いた過程がわかるように, 途中式と考え方も記入せよ.

(2) a が $0 \leqq a \leqq 1$ を動くとき, 座標平面上で直線 $l: y=ax-a^2$ の通り得る範囲について考える.

① $x<0$ の範囲において直線 l の通り得る範囲を不等式で表せ.

② $x \geqq 0$ において直線 l の通り得る範囲を, x の値の範囲で場合分けして不等式で表せ.